

O ESTUDO DE ÁREA DE FIGURAS PLANAS NA TRANSIÇÃO DOS ANOS INICIAIS PARA OS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

THE STUDY OF AREAS OF PLANE SHAPES IN THE TRANSITION FROM THE STARTING GRADES TO THE FINAL GRADES OF ELEMENTARY SCHOOL

Danila Brígida Santana Imafuku, Maria Elisa Esteves Lopes Galvão
Universidade Anhanguera de São Paulo–UNIAN. (Brasil)
danilaimafuku@hotmail.com, elisa.gal.meg@gmail.com

Resumo

Em nossa pesquisa temos por objetivo analisar a apresentação do estudo de áreas de figuras planas nos livros didáticos utilizados por escolas brasileiras no Ensino Fundamental. Observaremos como se conduz a abordagem desse conceito e como os recursos utilizados pelos autores contemplam as possibilidades da apreensão de uma figura geométrica explicitadas por Raymond Duval. Para tal estudo buscamos os dados em algumas das coleções de livros didáticos sugeridas pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático. Os aspectos discursivo, perceptivo, operatório e sequencial de uma figura na construção do conceito, segundo Duval, nortearão a análise dos dados coletados.

Palavras-chave: área de figuras planas, livros didáticos, apreensões figurais

Abstract

This study aims to analyze the introduction of the studies of areas of plane figures in the educational books used by Brazilian schools in the elementary grades. We will observe how the approach of this concept is driven and how the resources used by the authors contemplate the possibilities of the apprehension of a geometrical figure explained by Raymond Duval. For this study, we collected data in some of the collections of textbooks suggested by the National Book Program (Programa Nacional do Livro) and Textbook Material. The discursive, perceptive, operative and sequential aspects of a figure in the reasoning of the concept, according to Duval, will guide the analysis of the data collected.

Key words: area of plane figure, textbooks, figural apprehension

■ Introdução

Neste trabalho, que é um recorte de uma pesquisa de mestrado em desenvolvimento, temos por objetivo analisar como é apresentado o estudo de áreas de figuras planas nos livros didáticos utilizados em escolas brasileiras e como é proposta a transição do estudo deste conceito dos anos iniciais para os anos finais do Ensino Fundamental.

Nas escolas brasileiras, o estudo de áreas de figuras planas geralmente é iniciado no quarto ano do Ensino Fundamental. Em geral, faz-se uso da malha quadriculada no momento da introdução do conceito de área. Encontra-se também o ensino de áreas de figuras retangulares associado ao cálculo do produto das duas dimensões, comprimento x largura, relacionado à contagem dos elementos em uma distribuição retangular. No sexto ano esse estudo é retomado, com a introdução das fórmulas das áreas das principais figuras planas: quadrado, retângulo, paralelogramo, losango e trapézio e, ao final do nono ano são revistas as fórmulas e apresentados novos conceitos, como por exemplo, a área das regiões circulares, também com o foco na aplicação de fórmulas.

Por esse ensino acontecer em momentos diferentes ao longo do Ensino Fundamental, surgiu a motivação de analisar como os autores de livros didáticos introduzem o conceito de área em cada etapa da escolaridade e como orientam a transição dos anos iniciais para os anos Finais do Ensino Fundamental. Buscamos observar como os autores abordam o conceito de área, quais os aspectos sobre o ensino de área são apresentados em cada nível de ensino, e compreender como se dá o uso de recursos como a malha quadriculada e a unidade de medida; a composição e decomposição de figuras e a introdução das fórmulas no percurso da formalização de tal conceito a relação entre as estratégias adotadas e correspondentes representações figurais.

Estudos como de Pessoa (2010), Facco (2003) e Clements e Stephan (2004) enfatizam a importância de uma abordagem no ensino de áreas de figuras planas que valorize a compreensão do conceito e de sua medição. Para esses autores é essencial que durante a aprendizagem sejam utilizados recursos que possam auxiliar a construção do conhecimento e consolidar o uso dos cálculos numéricos e da aplicação de fórmulas, como por exemplo, o uso da malha quadriculada e da reconfiguração.

Pessoa (2010) realizou um trabalho com alunos do sexto ano do Ensino Fundamental, no qual fez uso da malha quadriculada, para investigar a compreensão do conceito de área como grandeza, principalmente mediante a decomposição e composição das figuras. A autora buscou trabalhar com uma variedade de figuras e, destacou que as figuras que não estavam alinhadas com a malha quadriculada geraram um maior número de respostas incorretas. Também observou que o uso de uma unidade de medida inadequada pode acarretar em uma dificuldade em compreender que a medida da área de uma figura pode ser um valor fracionado e que a dissociação entre área e o perímetro propiciaram problemas nas resoluções das atividades propostas.

Facco (2003) desenvolveu uma sequência de atividades para o ensino e a aprendizagem do conceito de área, com trinta e dois alunos do sexto ano. As atividades propostas abordavam a composição e decomposição de figuras planas para facilitar o aprendizado do conceito de área. A autora considerou o reconhecimento de forma, o conceito de área, a diferença entre formas, superfície e área, a compreensão de que a medida da área depende da unidade de medida utilizada, a distinção entre perímetro e área, e o reconhecimento de área enquanto grandeza. Segundo a autora, foi possível verificar ao longo das atividades que os alunos apresentaram um avanço no processo de decomposição e composição das figuras para resolução dos problemas, fato que ficou bem evidente nas últimas atividades que necessitavam totalmente da reconfiguração para determinar a medida de suas áreas.

Clements e Stephan (2004) destacam a importância de desenvolver o ensino de área de figuras planas de uma forma que favoreça a compreensão dos alunos, não meramente restrito a uma aplicação de fórmulas, e descrevem que na aprendizagem da medida de área é importante contemplar cinco conceitos fundamentais: particionamento, repetição da unidade, conservação, organização retangular e medição linear. Segundo esses autores é importante desenvolver uma sequência de atividades que auxiliem os alunos a compreender o conceito de área e a sua medida. Inicialmente,

os alunos devem ser estimulados a analisar toda região da figura, utilizar uma unidade medida adequada e observar que toda região precisa ser coberta usando as unidades sem lacunas ou sobreposições. Em seguida, precisam aprender a realizar, ainda usando as unidades de medida, o que os autores denominam uma estruturação retangular. Após essas duas etapas devem ser propostas atividades que levem à percepção de que o comprimento das dimensões de um retângulo pode determinar a quantidade de unidades em cada linha e o número de linhas da estruturação. Por fim, os alunos podem entender que ao multiplicar as duas dimensões, determinam o número total de quadradinhos que compõe a figura. Levaremos em conta a trajetória proposta por Clement e Stephan (2004) em nossa análise da abordagem do conceito de área ao longo do Ensino Fundamental, por encontrarmos, nessa trajetória, um percurso que contempla os aspectos que consideramos importantes para a construção do conceito de área.

Em nosso estudo, recorreremos às coleções de livros didáticos sugeridos pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático (Brasil, 2016, 2017) como fontes de dados para análise. Pretendemos observar como os autores abordam o conceito de área, quais aspectos sobre o ensino de áreas são apresentados em cada nível de ensino, e compreender o uso de recursos como a malha quadriculada e a unidade de medida, a composição e decomposição de figuras e a introdução das fórmulas no percurso da formalização de tal conceito. Analisaremos também o uso das figuras nos livros didáticos e as possibilidades de apreensões que elas podem mobilizar no desenvolvimento do conceito de área.

■ Marco teórico

Em nossa análise dos aspectos relativos à construção do conceito de área nos livros didáticos, no que se refere ao uso de figuras, nos apoiamos em Duval (1994), que destaca que os problemas geométricos possuem registros de representações que proporcionam interpretações autônomas. De acordo com Duval (1994), essas interpretações dentro de uma abordagem geométrica de uma figura podem diferenciar em quatro possíveis apreensões: perceptiva, discursiva, sequencial e operatória. Este é um olhar não frequentemente utilizado para examinar o papel e a importância das figuras em problemas relacionados ao estudo dos conceitos de área e perímetro.

Segundo Duval (1994), a apreensão perceptiva é a mais imediata, por estar associada e possibilitar a identificação ou reconhecimento da forma de uma figura; a apreensão discursiva prioriza a articulação dos enunciados por meio de legendas ou hipóteses que explicitam as propriedades existentes em uma figura; a apreensão sequencial está associada à ordem de construção de uma figura por meio algum instrumento, sendo dependente das propriedades matemáticas envolvidas e das restrições técnicas dos instrumentos que serão utilizados; e a apreensão operatória está relacionada às possíveis modificações e reconfigurações que uma figura pode sofrer. Esta última, segundo o autor, é a mais incompreendida das apreensões, apesar de sua exploração heurística ser frequentemente utilizada para justificar o uso de uma figura segundo uma abordagem geométrica (Duval, 1994).

Em uma apreensão operatória consideram-se situações em que as figuras podem sofrer diferentes tipos de modificações que podem ser realizadas mentalmente ou fisicamente. Para o autor, essas modificações são classificadas de três modos diferentes: mereológica, quando a figura é dividida em partes e reagrupada em outra figura; óptica, quando ampliamos, reduzimos ou deformamos uma figura; e posicional, quando deslocamos a figura em relação a um referencial (Duval, 1994).

Segundo Duval (1994) para formar uma sólida compreensão é essencial que cada uma das apreensões seja levada em consideração e, ao analisar uma figura geometricamente é importante mobilizar mais de uma apreensão (simultânea ou alternadamente).

Nesse sentido, observaremos em uma seleção de livros didáticos, além da construção do conceito de área, também, como o uso das figuras pode favorecer no desenvolvimento do conceito do cálculo de área de figuras planas, destacando quais apreensões figurais são propostas ou que poderão ser mobilizadas na aprendizagem desse conceito.

■ Metodologia

Nossa pesquisa é de cunho documental, de acordo com Gil (2002) e a organização dos dados será construída utilizando as diferentes fases da análise de conteúdo propostas por Bardin (1977). Na primeira fase, a pré-análise, buscamos estabelecer uma organização das ideias centrais, onde iniciamos com a escolha do conteúdo, seguida da escolha dos livros a serem analisados. Optamos por três coleções dentre as dezessete indicadas pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático de 2016 (PNLD, 2015) dos anos iniciais do Ensino Fundamental, e três dentre as onze sugeridas pelo PNLD 2017, anos finais do Ensino Fundamental. Em seguida, realizamos um levantamento de pesquisas que ressaltam a importância de desenvolver um ensino que valorize a compreensão do conceito de área de figuras planas e de sua medição levando em conta, principalmente os trabalhos de Pessoa (2010), Facco (2003) e Clements e Stephan (2004). Por fim, adotamos os aspectos relativos à apreensão figural, segundo Duval (1994), como fundamentação que norteará toda análise. Na segunda fase, a da exploração do material, identificamos quais livros e quais capítulos das coleções selecionadas abordam o conteúdo de área de figuras planas, observando a existência de articulações entre o desenvolvimento do conteúdo ao longo das coleções. Na última fase, o tratamento dos resultados, tratamos os dados obtidos qualitativamente, observando a sequência de atividades apresentada nos volumes e o uso das representações figurais na compreensão do conhecimento.

Para nossa análise delineamos algumas categorias norteadoras: a existência de atividades que evidenciem a possibilidade de mobilização das apreensões perceptiva, discursiva, sequencial e operatória na compreensão do conceito de área; a transição da abordagem do conceito de área e sua medida na passagem dos anos iniciais para os anos finais do ensino fundamental nos livros didáticos; e o desenvolvimento de atividades que contemplem as etapas descritas por Clements e Stephan (2004). Dentre essas atividades, destacamos atividades que envolvam o recobrimento de uma região, a construção da estrutura retangular, a percepção de que o comprimento dos lados de um retângulo está associado ao número de unidades de área retângulo em cada linha e ao número de linhas da estruturação, e, por fim, a área como produto das dimensões de uma estruturação retangular. Trazemos para esse artigo alguns aspectos relacionados a um conjunto de dados relativos aos anos iniciais do Ensino Fundamental, evidenciados por meio de uma seleção de propostas de atividades obtida nos textos previamente escolhidos com base nas categorias norteadoras.

■ Resultados

O Programa Nacional do Livro e do Material Didático- PNLD é destinado a avaliar obras didáticas que serão disponibilizadas para rede pública de ensino. Os dados para este trabalho foram coletados de dois dos livros de uma das coleções para os anos iniciais do Ensino Fundamental, selecionadas dentre as aprovadas pelo PNLD para 2016 (Brasil, 2015). Somente os livros destinados ao quarto e quintos anos tratam de áreas de figuras planas e o conceito é abordado por meio da resolução de problemas.

No volume do quarto ano, o tópico grandezas e medidas é apresentado no oitavo capítulo. Nele, inicialmente, são desenvolvidas doze atividades que abordam o conceito de área, dentre elas, duas utilizam a malha quadriculada, quatro utilizam figuras com a superfície quadriculada e as demais abordam o conceito de áreas por meio de problemas que utilizam dados do cotidiano. Ao analisar essas atividades, observamos imediatamente uma apreensão perceptiva, com o reconhecimento das figuras utilizadas, sendo muito enfatizado o uso da contagem de quadradinhos para o cálculo da área desejada. As quatro primeiras atividades, como a da Figura 1, utilizam unidades de medidas não padronizadas (quadrados e retângulos).

Fernando quer decorar esta parede do quarto dele. Ele tem 2 tipos de placa.



- a) Usando só a placa A, de quantas placas ele precisará? 8 placas A
- b) Usando só a placa B, quantas ele colocará? 16 placas B
- c) Por que a quantidade de placas necessárias em cada caso foi diferente?
Porque as placas A e B têm tamanhos diferentes
- d) Complete: A medida da área da parede é de 8 placas A ou 16 placas B.

Figura 1: Unidades de medidas diferenciadas

Fonte: coleção 1 (4º ano, p. 234)

Na quinta atividade (ver Figura 2) é introduzida a unidade padronizada de área, relacionando-a com a medida dos lados de um quadradinho.

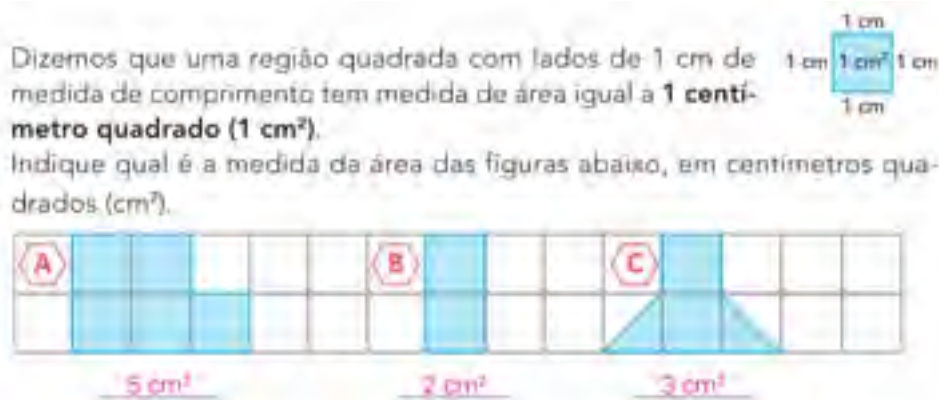


Figura 2: Unidade de área padronizada

Fonte: Coleção 1 (4º ano, p. 235)

Observamos que essa atividade favorece uma apreensão perceptiva ao solicitar a comparação do formato de cada figura com a unidade de área para chegar à medida solicitada, e uma apreensão discursiva no desenvolvimento do enunciado, ao descrever que a medida de área da região quadrada é igual a 1 cm². No item C (ver Figura 2), também podemos observar a necessidade de mobilização de uma apreensão operatória, realizando uma modificação mereológica associada à reconfiguração da figura, e uma posicional, ao deslocar e rodar partes da figura. Tais modificações são sugeridas nos comentários do material de apoio do professor (ver Figura 3).

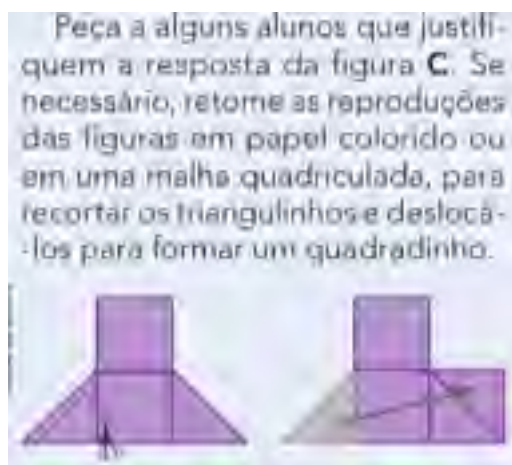


Figura 3: Sugestão de resolução
Fonte: Coleção 1 (4º ano, p. 235)

Observamos que também são apresentadas duas atividades que relacionam o cálculo da área e do perímetro, todas considerando a unidade padronizada, 1 cm^2 , como a área de um quadradinho. Novamente, é enfatizada a contagem de quadradinhos para o cálculo de área. A apreensão perceptiva é propiciada por ambas as atividades, identificando a forma de cada figura, assim como o reconhecimento da superfície e do contorno de cada figura. Por fim, são propostas, no capítulo examinado, mais nove atividades que reforçam o uso de unidades de medidas diferenciadas, as unidades padronizadas ou não, e a relação entre área e perímetro de figuras planas. Podemos observar a necessidade do uso imediato da apreensão perceptiva em todas as atividades propostas e, a apreensão operacional presente em três atividades cujas figuras necessitavam de reconfigurações e de algum deslocamento no plano. Ao final do 4º ano, o percurso para a construção do conceito contempla atividades baseadas no contexto de ladrilhamento, associadas à malha quadriculada, com a introdução à unidade de medida e à reconfiguração em situações simples, alguns dos estágios propostos por Clements e Stephan (2004).

No volume do quinto ano, o conceito de área é reintroduzido com o uso das unidades padronizadas ou não. Na primeira atividade é proposta uma resolução por meio da estruturação retangular, que, segundo o autor, já foi tratada de uma maneira informal no capítulo sobre multiplicação com números naturais. São apresentados, novamente, exercícios que relacionam a medida da área e do perímetro.



Figura 4: Atividade de disposição retangular

Fonte: Coleção 1 (5º ano, p. 280)

Nesse volume encontramos atividades em que os alunos devem calcular a área de retângulos dispostos na malha quadriculada cujas medidas dos lados não são valores inteiros (ver figura 4). Para a resolução dessas atividades o autor sugere que os professores estimulem os alunos a utilizarem tanto a contagem dos quadradinhos, para a qual, em alguns itens, há a necessidade de reagrupar as partes dos quadradinhos, quanto o produto das duas dimensões, com o auxílio de uma calculadora.

Observamos que algumas das atividades do livro do quinto ano, além de mobilizar uma apreensão perceptiva imediata, com a identificação de cada figura representada no plano, também demanda uma apreensão operacional, ao utilizar a contagem de quadradinhos para determinar a área dos itens B, E e F (ver figura 4). Modificações mereológica e posicional relacionadas à possibilidade de reunir duas metades podem auxiliar a compreensão da composição de um quadradinho para efetuar a contagem. Podemos considerar esse tipo de atividade como condutora de uma etapa de transição do uso da malha quadriculada para a fórmula da área de uma região retangular.

Em uma das atividades que aborda as áreas das regiões determinadas por triângulos retângulos, associando com a região retangular, evidenciamos que somente uma apreensão perceptiva não explicitaria todas as informações necessárias para uma possível resolução, sendo, necessária a mobilização de uma apreensão discursiva que descreve, no contexto do enunciado, outras propriedades matemáticas da figura, estas de caráter operatório (ver figura 5).



Figura 5: Área de regiões retangulares
Fonte: Coleção 1 (5º ano, p. 283)

Para finalizar, o autor propõe uma série de atividades que retomam as ideias já discutidas. No volume do 5º ano encontramos um aprofundamento da trajetória proposta no volume anterior, em um encaminhamento inicial para o uso das fórmulas da área de figuras retangulares.

Ressaltamos que, nos dois volumes analisados, o conceito de área de figuras planas é introduzido por meio de atividades que exploram as representações figurais, e transitam, de maneira elementar, da malha quadriculada para a fórmula, por meio da contagem de unidades de medida ou reconfiguração. Nessas atividades, verificamos a possibilidade de mobilização das apreensões perceptiva, discursiva e operacional, mas não encontramos exemplos que mobilizem a apreensão sequencial.

■ Conclusões

Ao realizar nossa análise verificamos que ao introduzir o conceito de áreas de figuras planas, nos dois volumes da coleção, o autor fez uso da representação figural, assim como de alguns aspectos descritos por Clementes e Stephan (2004), tais como: a unidade de medida na malha quadriculada, o particionamento, a organização retangular e as reconfigurações. Apesar das indicações do manual do PNLD para 2016 (Brasil, 2015) destacarem que esses dois volumes não utilizavam fórmulas para o cálculo da medida de áreas, observamos que suas atividades podem auxiliar ou encaminhar a compreensão da resolução por meio delas. Acreditamos que tais atividades poderiam ser reestruturadas e aprofundadas pelo professor para uma melhor compreensão do uso da malha quadriculada, da decomposição e composição de figura seda reestruturação retangular, para assim, poder consolidar a compreensão do conceito e do cálculo numérico. Para Clementes e Stephan (2004) quando essa sequência de atividades não é desenvolvida é comum que o aluno confunda os conceitos de perímetro e de área, além, de não usar o cálculo para determinar área de forma significativa.

Em relação às apreensões figurais, observamos que nos dois volumes a apreensão perceptiva foi evocada e que a apreensão operacional foi mobilizada somente em algumas atividades, assim como a apreensão discursiva, por vezes mobilizada nos enunciados, mas menos provocada ou favorecida nas soluções. Acreditamos que nessa fase de aprendizagem uma maior mobilização da apreensão operacional, presente na decomposição e composição das figuras, poderia favorecer a compreensão do conceito de área e de sua medida.

Esses fatos reforçam necessidade de aprofundar a investigação, no sentido de identificar nos demais volumes dessa coleção, e também em outras já selecionadas, as articulações entre o desenvolvimento do conceito e o uso das figuras no ensino do conceito de área.

■ Referências bibliográficas

- Bardin, L. (1977). *Análise de conteúdo*. (L. A. Reto, & A. Pinheiro, Trans.) Lisboa, Portugal: Edições 70.
- Brasil. (2015). *Guia de livros didáticos: PNLD 2016: Alfabetização Matemática e Matemática: ensino fundamental anos iniciais*. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica.
- Clements, D. H., & Stephan, M. (2004). *Measurement in Pre-K to grade 2 mathematics*. In: D. H. Clements, J. Sarama, & A. M. DiBiase (Eds.), *Engaging young children in mathematics* (pp. 299-317). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Duval, R. (1994). *Les différents fonctionnements d'une figure dans une démarche géométrique*. Repères - IREM(17), pp. 121-137.
- Facco, S. R. (2003). *Conceito de área: Uma proposta de ensino aprendizagem*. Dissertação de mestrado, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.
- GIL, A. C. (2002). *Como elaborar um projeto de pesquisa* (4ª ed.). São Paulo: Atlas.
- Pessoa, G. d. (2010). *Um estudo diagnóstico sobre o cálculo da área de figuras planas na malha quadriculada: Influência de algumas variáveis*. Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Pernambuco, Recife.